# TRIGONOMÉTRIE2

**Exercice1 :** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\cos x = -\frac{1}{2}$ c) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

**Solution:** a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ssi $\cos x = \cos\frac{\pi}{4}$

Donc les solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$ sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$$

$\cos x = -\frac{1}{2}$ ssi $\cos x = -\cos\frac{\pi}{3}$ ssi

$\cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$ ssi $\cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

Donc les solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$ sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$$

c) $\cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos^2 x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{4}$ ou $\cos x = \cos\frac{3\pi}{4}$

Ainsi :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi ; -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi\right\} avec\ k \in \mathbb{Z}$$

**Exercice2 :** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\sin x = -\frac{1}{2}$ c) $\sin^2 x = \frac{1}{2}$

**Solution:** a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ssi $\sin x = \sin\frac{\pi}{3}$

Donc les solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$ sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$$

b) $\sin x = -\frac{1}{2}$ ssi $\sin x = -\sin\frac{\pi}{6}$ ssi $\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

L'équation a pour solution $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ et

$\pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

Donc les solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$ sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$$

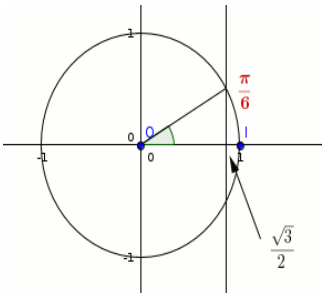
c) $\sin^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{4}$ ou $\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Ainsi : $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi ; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi\right\} avec\ k \in \mathbb{Z}$

**Exercice3 :** Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ l'équation :

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$




**Solution:** Étape 1 : utiliser le cercle trigonométrique et/ou le tableau de valeurs remarquables afin de retrouver une valeur dont le cosinus vaut $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Le cosinus se lit sur l'axe des abscisses

on peut dire que $\frac{\sqrt{3}}{2}$ est le cosinus de $\frac{\pi}{6}$ par exemple.

Étape 2 : Utiliser ce résultat pour écrire l'équation proposée sous la forme " $\cos U = \cos V$ "

$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ssi $\cos 2x = \cos\frac{\pi}{6}$

On applique alors la propriété

Donc on a : $2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $2x = -\frac{\pi}{6} + 2k'\pi$

Je divise par 2 chaque membre de chaque égalité, j'obtiens

$x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{12} + k'\pi$ avec $k$ et $k'$ dans **Z**

$x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{12} + k'\pi$

- Étape3

Mais il ne va falloir garder que les valeurs de $x$ dans l'intervalle imposé c'est à dire dans $]-\pi, \pi]$

on a deux méthodes soit encadrement ou on donnant des valeurs a $k$

Pour la première série de valeurs

: $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ avec $k$ dans **Z**

Prenons par exemple la valeur $k=-2$ et remplaçons :

on obtient $x=\frac{\pi}{12}-2\pi$ ; cette valeur n'appartient pas à $]-\pi,\pi]$ ; il est donc évident que des valeurs de $k$ inférieures à -2 ne conviendront pas non plus.

Par contre, si je choisis $k=-1$ : on obtient $x=\frac{\pi}{12}-\pi$ ; cette valeur appartient à $]-\pi,\pi]$.

Il s'agit donc de trouver toutes les valeurs de $k$ telles que les solutions trouvées appartiennent bien à l'intervalle imposé, en appliquant cette démarche de manière systématique.

pour $k=-1$ $x_1=\frac{\pi}{12}-\pi=-\frac{11\pi}{12}$ convient car appartient à $]-\pi,\pi]$

pour $k=0$ $x_2=\frac{\pi}{12}$ convient car appartient à $]-\pi,\pi]$

pour $k=1$ $x=\frac{\pi}{12}+\pi=\frac{13\pi}{12}$ ne convient pas car n'appartient pas à $]-\pi,\pi]$

Il est inutile de poursuivre pour la première série de valeur (car si pour $k=1$, la valeur trouvée n'appartient plus à l'intervalle, il en sera de même *a fortiori* pour des valeurs supérieures de $k$)

Faisons de même pour la deuxième série de valeurs

$x=-\frac{\pi}{12}+k'\pi$ avec $k'$ dans **Z**

pour $k'=-1$ $x=-\frac{\pi}{12}-\pi=-\frac{13\pi}{12}$ ne convient pas car n'appartient pas à $]-\pi,\pi]$

pour $k'=0$ $x_3=-\frac{\pi}{12}$ convient car appartient à $]-\pi,\pi]$

pour $k'=1$ $x=-\frac{\pi}{12}+\pi=\frac{11\pi}{12}$ convient pas car appartient à $]-\pi,\pi]$

pour $k'=2$ $x=-\frac{\pi}{12}+2\pi$ ne convient pas car n'appartient pas à $]-\pi,\pi]$

Donc L'ensemble solution de l'équation dans $]-\pi,\pi]$ **est donc:** $S=\left\{-\frac{11\pi}{12};-\frac{\pi}{12};\frac{\pi}{12};\frac{11\pi}{12}\right\}$

**Exercice4 :1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations suivantes $4\tan x+4=0$

**2)** Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right]$ l'équations suivantes :

$2\sqrt{2}\sin x+2=0$

**Solution:**1) on a $4\tan x+4=0$ est définie dans $\mathbb{R}$ ssi $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$ avec $k$ un nombre relatif Donc

$D=\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$

$4\tan x+4=0$ ssi $\tan x=-1$ ssi $\tan x=-\tan\frac{\pi}{4}$

ssi $\tan x=\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Donc les solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$ sont :

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}\right\}$

2) $2\sqrt{2}\sin x+2=0$ ssi $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ssi $\sin x=-\sin\frac{\pi}{4}$

L'équation a pour solution $-\frac{\pi}{4}+2k\pi$

et $\pi-\left(-\frac{\pi}{4}\right)+2k\pi=\frac{5\pi}{4}+2k\pi$ où $k\in\mathbb{Z}$

- Encadrement de $-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ : $-\frac{\pi}{2}\le-\frac{\pi}{4}+2k\pi\le\frac{5\pi}{2}$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $-\frac{1}{2}\le-\frac{1}{4}+2k\le\frac{5}{2}$ Donc $-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\le 2k\le\frac{5}{2}+\frac{1}{4}$

Donc $-\frac{1}{8}\le k\le\frac{11}{8}$ Donc $-0,12\le k\le 1,37$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ ou $k=1$

Pour $k=0$ on trouve $x_1=-\frac{\pi}{4}+2\times 0\pi=-\frac{\pi}{4}$

Pour $k=1$ on trouve $x_2=-\frac{\pi}{4}+2\times 1\pi=\frac{7\pi}{4}$

- Encadrement de $\frac{5\pi}{4}+2k\pi$ : $-\frac{\pi}{2}\le\frac{5\pi}{4}+2k\pi\le\frac{5\pi}{2}$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $-\frac{1}{2}\le\frac{5}{4}+2k\le\frac{5}{2}$ Donc $-\frac{1}{2}-\frac{5}{4}\le 2k\le\frac{5}{2}-\frac{5}{4}$

Donc $-\frac{7}{8}\le k\le\frac{5}{8}$ Donc $-0,8\le k\le 0,6$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$

Pour $k=0$ on trouve $x_3=\frac{5\pi}{4}+2\times 0\pi=\frac{5\pi}{4}$

Donc $S=\left\{-\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right\}$

**Exercice5 :1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations suivantes : $\cos 2x=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

**2)** Résoudre dans $[0;\pi]$ l'équations suivantes :

$\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

**3)** Résoudre dans $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ l'équations suivantes :

$\tan\left(2x-\frac{\pi}{5}\right)=1$

**Solution:**1) on a $\cos 2x=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ ssi

$2x=x-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $2x=-\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+2k\pi$

Ssi $2x-x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $2x+x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ Ssi

$x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x=\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3}$ et $k\in\mathbb{Z}$

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3}/k\in\mathbb{Z}\right\}$

2) on a $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$ ssi

$2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}-x+2k\pi$ ou $2x-\frac{\pi}{3}=\pi-\frac{\pi}{4}+x+2k\pi$

ssi $3x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x=\pi-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}+2k\pi$

Donc $x=\frac{7\pi}{36}+\frac{2k\pi}{3}$ ou $x=\frac{13\pi}{12}+2k\pi$

- Encadrement de $\frac{7\pi}{36}+\frac{2k\pi}{3}$ : $0\le\frac{7\pi}{36}+\frac{2k\pi}{3}\le\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $0\le\frac{7}{36}+\frac{2k}{3}\le 1$ Donc $-\frac{7}{24}\le k\le\frac{29}{36}$ Donc

$-0,29\le k\le 1,2$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ ou $k=1$

Pour $k=0$ on trouve $x_1=\frac{7\pi}{36}$

Pour $k=1$ on trouve $x_2=\frac{7\pi}{36}+\frac{2\pi}{3}=\frac{31\pi}{36}$

- Encadrement de $x=\frac{13\pi}{12}+2k\pi$

$0\le\frac{13\pi}{12}+2k\pi\le\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $0\le\frac{13}{12}+2k\le 1$ Donc $-\frac{13}{24}\le k\le-\frac{1}{24}$ Donc

$-0,54\le k\le 0,04$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k$ n'existe pas

- Donc $S_{[0.\pi]}=\left\{\frac{7\pi}{36};\frac{31\pi}{36}\right\}$

**3)** on a $\tan\left(2x-\frac{\pi}{5}\right)=1$ est définie ssi

$2x-\frac{\pi}{5}\ne\frac{\pi}{2}+k\pi$ ssi $2x\ne\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{5}+k\pi$

ssi $2x\ne\frac{7\pi}{10}+k\pi$ ssi $x\ne\frac{7\pi}{20}+\frac{k\pi}{2}$ Donc

$D=\mathbb{R}-\left\{\frac{7\pi}{20}+\frac{k\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$

or on sait que : $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ Donc $\tan\left(2x-\frac{\pi}{5}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Donc $2x-\frac{\pi}{5}=\frac{\pi}{4}+k\pi$ ssi $2x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{5}+k\pi$ ssi

$2x=\frac{9\pi}{20}+k\pi$ ssi $x=\frac{9\pi}{40}+\frac{k\pi}{2}$

Encadrement de $\frac{9\pi}{40}+\frac{k\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2}\le\frac{9\pi}{40}+\frac{k\pi}{2}\le\frac{\pi}{2}$ et $k\in\mathbb{Z}$ donc

$-\frac{1}{2}\le\frac{9}{40}+\frac{k}{2}\le\frac{1}{2}$ donc $-\frac{29}{40}\le\frac{k}{2}\le\frac{11}{40}$

donc $-\frac{29}{40}\le\frac{k}{2}\le\frac{11}{40}$ donc $-\frac{29}{20}\le k\le\frac{11}{20}$ Donc

$-1,45\le k\le 0,55$ et $k\in\mathbb{Z}$

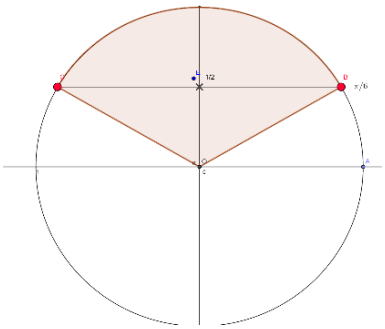
Donc $k=0$ ou $k=-1$

Pour $k=0$ on trouve $x_1=\frac{9\pi}{40}$

Pour $k=-1$ on trouve $x_2=\frac{9\pi}{40}-\frac{\pi}{2}=-\frac{11\pi}{40}$

Donc $S=\left\{-\frac{11\pi}{40};\frac{9\pi}{40}\right\}$

**Exercice6 :**Résoudre dans $[0,2\pi[$ l'inéquation suivante : $\sin x\ge\frac{1}{2}$



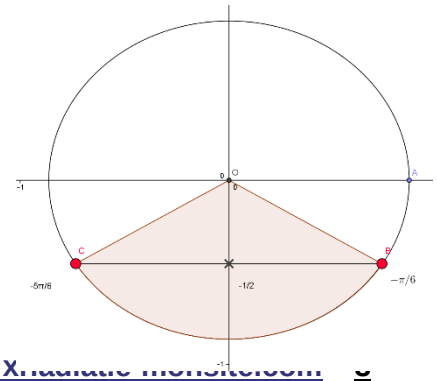
**Solution :**

$\sin x\ge\frac{1}{2}$ ssi

$\sin x\ \ge\sin\frac{\pi}{6}$

donc $S=\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$

**Exercice7 :**Résoudre dans $]-\pi,\pi]$ l'inéquation suivante : $\sin x\ \le-\frac{1}{2}$



**Solution:** $\sin x\ \le-\frac{1}{2}$

ssi $\sin x\le\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

donc $S=\left[-\frac{5\pi}{6};-\frac{\pi}{6}\right]$

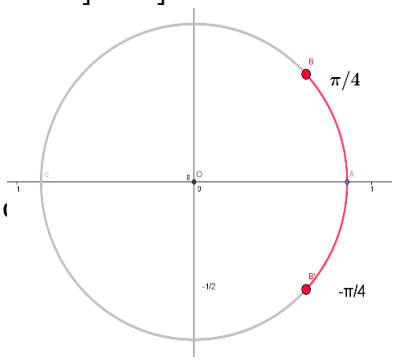
**Exercice8 :** Résoudre dans $]-\pi,\pi]$ l'inéquation suivante :

$\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Solution :**

$\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ssi $\cos x \geq$

donc $S = \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

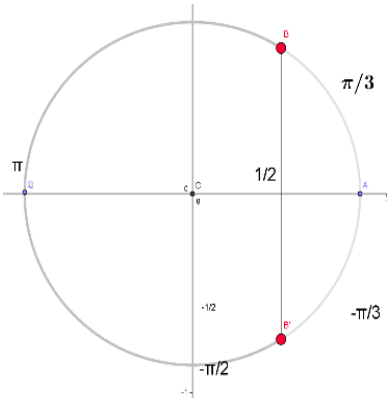



**Exercice9:** Résoudre dans $\left]-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ l'inéquation suivante : $\cos x \leq \frac{1}{2}$

**Solution :**

$\cos x \leq \frac{1}{2}$ ssi

$\cos x \leq \cos\frac{\pi}{3}$




Donc $S = \left]-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$

**Exercice10:** Résoudre dans $]-\pi,\pi]$ les inéquations suivantes : 1) $\cos x \leq 0$ 2) $\sin x \geq 0$

**Solution :** on utilise le cercle trigonométrique

1) $S = \left]-\pi, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

2) $S = [0, \pi]$

**Exercice11 :** Résoudre dans $S = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ l'inéquation suivante : $\tan x \geq 1$

**Solution:** $S = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$

**Exercice12:** Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'inéquation suivante : $\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

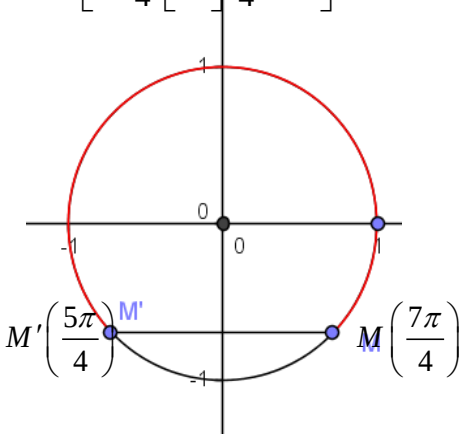
On sait que : $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

L'arc $MM'$ en rouge correspond a tous les points $M(x)$ tq $x$ vérifie $\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc

$\sin x \geq \frac{1}{2}$ ssi $\sin x \geq \sin\frac{\pi}{6}$

donc $S = \left[0; \frac{5\pi}{4}\right[ \cup \left]\frac{7\pi}{4}; 2\pi\right]$




**Exercice13 :** Résoudre dans $[-\pi\,;\pi]$ l'inéquation suivante :

$3\tan x - \sqrt{3} \geq 0$

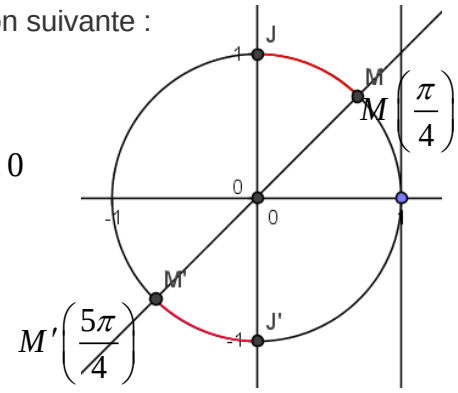
**Solution :**

On a $3\tan x - \sqrt{3} \geq 0$

ssi $\tan x \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$

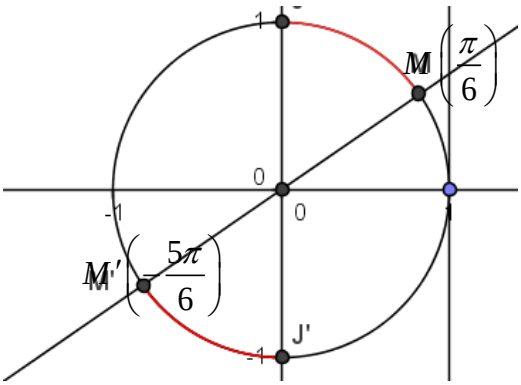
On sait que :

$\tan\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$




Les arc $MJ$ et $M'J'$ en rouge correspond a tous les points $M(x)$ tq $x$ vérifie $3\tan x - \sqrt{3} \geq 0$

Donc




$S = \left[-\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{2}\right[ \cup \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right[$

**Exercice14 :** Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'inéquation suivante : $\tan x - 1 \geq 0$

**Solution :** On a $\tan x - 1 \geq 0$ ssi $\tan x \geq 1$

On sait que : $\tan\frac{\pi}{4} = 1$

Les arc $MJ$ et $M'J'$ en rouge correspond a tous les points $M(x)$ tq $x$ vérifie $\tan x - 1 \geq 0$ Donc

$$S = \left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right[ \cup \left[\frac{5\pi}{4};\frac{3\pi}{2}\right[$$

**Exercice15 :1)** a)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations suivantes : $2\sin^2 x - 9\sin x - 5 = 0$ et en déduire les solutions dans $[0;2\pi]$

b) résoudre dans $[0;2\pi]$ l'inéquation suivante :

$2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0$

**2)**Résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation suivante :

$(2\cos x - 1)(\tan x + 1) \geq 0$

**Solution:1)** a)on pose $t = \sin x$

$2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0$ ssi $2t^2 - 9t - 5 \leq 0$

On cherche les racines du trinôme $2t^2 - 9t - 5$ :

Calcul du discriminant : Δ = (-9) $^2$ – 4 x 2 x (-5) = 121

Les racines sont : $t_1 = \dfrac{9-\sqrt{121}}{2\times 2} = -\dfrac{1}{2}$ et

$t_2 = \dfrac{9+\sqrt{121}}{2\times 2} = 5$ Donc $\sin x = -\dfrac{1}{2}$ et $\sin x = 5$

Or on sait que $-1 \leq \sin x \leq 1$ donc l'équation $\sin x = 5$ n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}$

$\sin x = -\dfrac{1}{2}$ ssi $\sin x = \sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$ ssi $x = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou

$x = \pi - \left(-\dfrac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$

ssi $x = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi$ et $k \in \mathbb{Z}$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$$

- Encadrement de $-\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ : $0 \leq -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \leq 2\pi$

et $k \in \mathbb{Z}$

Donc $0 \leq -\dfrac{1}{6} + 2k \leq 2$ Donc $\dfrac{1}{12} \leq k \leq \dfrac{13}{12}$ Donc

$0,08 \leq k \leq 1,02$ et $k \in \mathbb{Z}$

Donc $k = 1$

Pour $k = 1$ on remplace on trouve

$x_1 = -\dfrac{\pi}{6} + 2\pi = \dfrac{11\pi}{6}$

- Encadrement de $\dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi$ : $0 \leq \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi \leq 2\pi$

et $k \in \mathbb{Z}$

Donc $0 \leq \dfrac{7}{6} + 2k \leq 2$ Donc $-\dfrac{7}{12} \leq k \leq \dfrac{5}{12}$ Donc

$-0,5 \leq k \leq 0,41$ et $k \in \mathbb{Z}$

Donc $k = 0$ on remplace on trouve $x_2 = \dfrac{7\pi}{6}$

Donc $S_{[0;2\pi]} = \left\{\dfrac{11\pi}{6}; \dfrac{7\pi}{6}\right\}$

**1)** b) $2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0$ ssi

$2\left(\sin x + \dfrac{1}{2}\right)(\sin x - 5) \leq 0$

Or on sait que $-1 \leq \sin x \leq 1$ donc $-1 \leq \sin x \leq 1 < 5$

Donc $\sin x - 5 < 0$

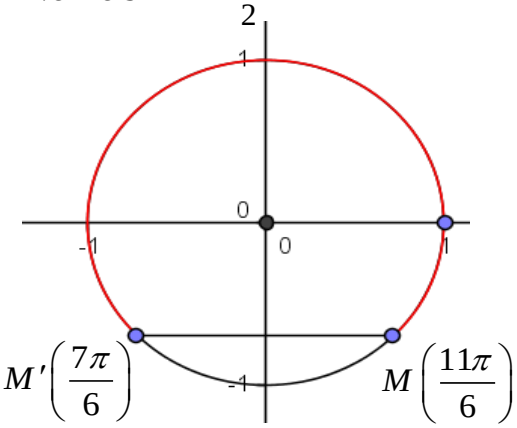
Puisque $\sin x - 5 < 0$ et $2 > 0$ alors

$2\left(\sin x + \dfrac{1}{2}\right)(\sin x - 5) \leq 0$ ssi $\sin x + \dfrac{1}{2} \geq 0$

ssi $\sin x \geq -\dfrac{1}{2}$ ssi $\sin x \geq \sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$

L'arc en rouge correspond a tous les points $M(x)$

tq $x$ vérifie $\sin x \geq -\dfrac{1}{2}$



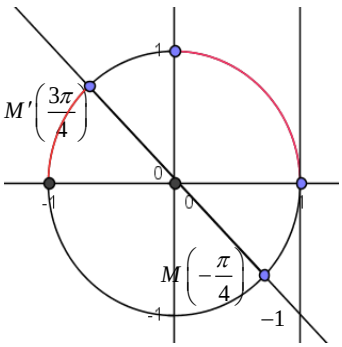

donc $S = \left[0;\dfrac{7\pi}{6}\right] \cup \left[\dfrac{11\pi}{6};2\pi\right]$

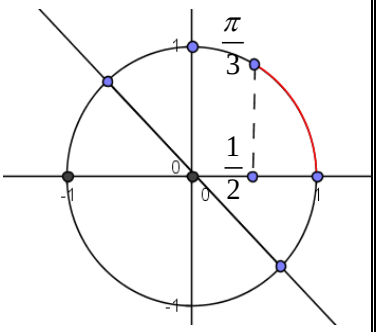
**2)** l'inéquation $(2\cos x - 1)(\tan x + 1) \geq 0$ est définie dans $[0;\pi]$ ssi $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

Donc $D = [0;\pi] - \left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$

$2\cos x - 1 \geq 0$ ssi $\cos x = \dfrac{1}{2}$ ssi $\cos x \geq \cos\dfrac{\pi}{3}$

$\tan x + 1 \geq 0$ ssi $\tan x \geq -1$ ssi $\tan x \geq \tan\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$



| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{3}$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{3\pi}{4}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2\cos x-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | |
| $\tan x+1$ | | $+$ | $\|$ | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $(2\cos x-1)(\tan x+1)$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

donc $S=\left[0;\frac{\pi}{3}\right]\cup\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]$

*« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.*
*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices*
*Que l'on devient un mathématicien*