# TD :L'ordre dans : $\mathbb{R}$

**Exercice1:** comparer $\frac{101}{102}$ et $\frac{100}{101}$

**Exercice2:** comparer $a$ et $b$

$a=2+\sqrt{3}$ et $b=2\sqrt{3}$

**Exercice3:** comparer $2a$ et $a^2+1$ avec $a\in\mathbb{R}$

**Exercice4 :** I) comparer les réels suivants :

1) $\frac{8}{11}$ et $\frac{5}{11}$ 2) $\frac{13}{9}$ et $\frac{13}{6}$ 3) $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$

4) $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$ 5) $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

II ) soient $a$ et $b$ deux réels tel que : $a\le b$

comparer : 1) $5a$ et $5b$ 2) $-13a$ et $-13b$

III ) soient $a$ et $b$ deux réels strictement positifs tel que : $a\le b$

comparer : 1) $a^2$ et $b^2$ 2) $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$

3) $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

IV ) soient $a$ et $b$ deux réels négatifs tel que : $a\le b$

comparer : $a^2$ et $b^2$

**Exercice5:** *Soit a* est un réel strictement positif.

1. montrer que : Si $a > 1$, alors $a^3 > a^2 > a$
2. montrer que : si $a < 1$, alors $a^3 < a^2 < a$.

**Exercice6:** comparer $a$ et $b$ :

$a=\sqrt{6}$ et $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$

**Exercice7:** soit $x\in\mathbb{R}^{*+}$

1)Comparer : $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$

2)En déduire une comparaison de : $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$

**Exercice8:** soit $a\in\mathbb{R}^{*+}$ et $b\in\mathbb{R}^{*+}$

Comparer : $x=\frac{7a+2b}{7a}$ et $y=\frac{8b}{7a+2b}$

**Exercice9:** calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de valeur absolue)

1) $|-3|$ 2) $|3|$ 3) $\left|-\frac{3}{5}\right|$ 4) $|\sqrt{5}-2|$ 5) $|1-\sqrt{3}|$

6) $|\pi-4|$ 7) $|\sqrt{2}-\sqrt{7}|$ 8) $|3-2\sqrt{3}|$

9) $A=|4-2\sqrt{3}|-|5-3\sqrt{3}|+|9-5\sqrt{3}|$

**Exercice10 :** *(Résolution des équations)*

Résoudre les équations suivantes :

1) $|x-1|=5$ 2) $|2x+1|=|x-3|$ 3) $|x+2|=-1$

**Exercice11:** 1) calculer $\left(3\sqrt{2}-5\right)^2$

2)comparer : $3\sqrt{2}$ et $5$

3)simplifier $\sqrt{43-30\sqrt{2}}$

**Exercice12:** simplifier si c'est possible

1) [2 ; 5] ∩ [4 ; 6] 2) [2 ; 5] ∪ [4 ; 6]

3) ]-∞ ; 2] ∩ [-1 ; +∞[ 4) ]-∞ ; 2] ∪ [-1 ; +∞[

**Exercice13:** calculer $I\cap J$ et $I\cup J$ dans les cas suivants :

$J=[-1,+\infty[$ et $I=]-3,7]$

$J=[4;10]$ et $I=]-\infty,5[$

$I=[0,10[$ et $J=[-5;-1]$

$I=\left[\frac{-2}{3},2\right]$ et $J=\left]-1,\frac{3}{2}\right[$

**Exercice14:** représenter chaque inégalité ou encadrement par l'intervalle qui convient ; 1) $x\ge-3$ 2) $x<5$

3) $1\le 2x\le 4$ 4) $0<6x-2\le 10$ 5) $-8\le 2-2x\le 6$

**Exercice15:** résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases}x\ge-3\\ x\succ 2\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x\succ 5\\ x\le 4\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x\succ 7\\ x\ge 0\end{cases}$ 3) $\begin{cases}-3\le x\le 0\\ -7\prec x\prec 10\end{cases}$

**Exercice16:** on considéré l'intervalle $I=[-3;4]$

Trouver le milieu et l'amplitude et le rayon de intervalle $I$

**Exercice17 :** *(Résolution des inéquations)*

Résoudre les inéquations suivantes : $|2x+1|\prec 6$

1) $|x-1|\le 2$ 2) $|x+2|\ge 3$ 3) $|2x+1|\prec 6$

**Exercice18:** Soit $x$ et $y$ deux réels tq : $x\ge\frac{1}{2}$ et $y\le 1$ et $x-y=3$

1) Calculer : $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$

2) Montrer que : $\frac{1}{2}\le x\le 4$ et $-\frac{5}{2}\le y\le 1$

3) Calculer : $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

**Exercice19:** sachant que : $\left(\sqrt{3}\simeq 1.732050808...\right)$

donner un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à $10^{-2}$ près

Et préciser la valeur par défaut et par excès

**Exercice20 :** $x$ est un réel tel que $-1 < x < 2$. On pose $B = -2x - 3$.

Trouver un encadrement de B et trouer son amplitude

**Exercice21 :** $x\in[1;3]$ **et** $y\in[2;4]$

1)Trouver un encadrement de : $x^2$ et $y^2$ et $2x$ et $3y$

et $-x$ et $-y$ et $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$ et $\frac{x}{y}$

2)Trouver un encadrement de : $A = x^2 + y^2 + 2x - 3y$ et $B = \frac{2x-1}{x+1}$ et trouver les amplitudes des encadrements

**Exercice22 :** 1) Vérifier que $14^2 < 200 < 15^2$ et en déduire que ; $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$

3) en déduire un encadrement de : $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$

**Exercice23 :** $x \in [-3;1]$ et $y \in [-6;-2]$

Trouver un encadrement de : 1) $x+y$ 2) $x-y$ 3) $x^2$

4) $y^2$ 5) $x \times y$ 6) $\frac{x}{y}$

**Exercice24 :** sachant que : $1,38 < \sqrt{2} < 1,42$

montrer que : $\left|\sqrt{2} - 1,40\right| < 0,02$

Que peut-on déduire ?

**Exercice25:** sachant que : $2,645 \le \sqrt{7} \le 2,646$

a)Que représente $2,645$ pour $\sqrt{7}$ ?

a)Que représente $2,646$. pour $\sqrt{7}$ ?

**Exercice26:**soit $x \in \mathbb{R}^+$

Comparer $2\sqrt{x} - 1$ et $x$

**Exercice27 :** soit $n \in \mathbb{N}$

On pose : $a = \sqrt{4n^2 + 1}$ et $b = 2n + 1$

Comparer $a$ et $b$

**Exercice28 :** soient $x$ et $y$ deux réels tels que : $x < y < 3$

1)Montrer que : $x + y - 6 \prec 0$

2) Comparer $a = x^2 - 6x + 1$ et $b = y^2 - 6y + 1$

**<u>Exercice29:</u>**on pose $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

1)donner le signe de : $B$

2) Calculer $B^2$

3) donner une écriture simplifié de $B$

**<u>Exercice30:</u>**on pose : $a = \frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ et $b = \frac{4+\sqrt{2}}{7}$

1)montrer que : $b - a = \frac{8 - 5\sqrt{2}}{14}$

2)comparer $a$ et $b$

**<u>Exercice31 :</u>** $a$ un nombre réel

Comparer : $4a - 1$ **et** $4a^2$

**<u>Solution :</u>**on a $4a^2 - (4a - 1) = 4a^2 - 4a + 1 = (2a - 1)^2 \ge 0$

Donc : $4a^2 \ge 4a - 1$

**<u>Exercice32:</u>**

soit $x$ un élément de l'intervalle $]-1,+\infty[$

comparer : $12$ **et** $-5x+1$ on utilisant les propriétés de l'ordre

**<u>Exercice33:</u>1)**montrer que : $\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6+\sqrt{5}}$

**2)**montrer que : $\sqrt{9-\sqrt{79}} + \sqrt{9+\sqrt{79}} = \sqrt{18+\sqrt{8}}$

**<u>Exercice34:</u>**soit $a \ge 1$ on pose : $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a}}$

1)montrer que : $a(A+1)(A-1) = 1$

2)a)montrer que : $2 \le A + 1 \le 3$

b)en déduire que : $1 + \frac{1}{3a} \le A \le 1 + \frac{1}{2a}$

3)montrer que : $1,1$ est une valeur approchée de $\sqrt{1,2}$ a $\frac{1}{30}$ prés

*« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices*

*Que l'on devient un mathématicien*