

TD : Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers

Exercice1 : compléter par : \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$

$$-4 \dots \mathbb{N} ; \frac{2}{3} \dots \mathbb{N} ; \sqrt{2} \dots \mathbb{N} ; \frac{8}{2} \dots \mathbb{N} ; -\frac{15}{3} \dots \mathbb{N} ; 12 - 32 \dots \mathbb{N} ;$$

$$\sqrt{25} \dots \mathbb{N} ; 2,12 \dots \mathbb{N} ; 0 \dots \mathbb{N}^* : -\frac{\sqrt{100}}{3} \dots \mathbb{N}$$

$$2,12 \dots \mathbb{N} ; \pi \dots \mathbb{N} ; \{1;2;7\} \dots \mathbb{N} ; \{4;-2;12\} \dots \mathbb{N} ; \mathbb{N}^* \dots \mathbb{N}$$

Exercice2 : déterminer les multiples de 9 comprises entre : 23 et 59**Exercice3** : déterminer le chiffre x pour que le nombre : $532x$ Soit divisible par 9**Exercice4** : on pose : $x = 3 \times 5 \times 7 \times 12$ et $y = 2 \times 5 \times 3 \times 5$ Sans calculer x et y monter que :1) 75 divise y 2) 105 divise x **Exercice5** : $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$ Montrer que si a est pair et b impair alors la somme est un nombre impair.**Exercice6** : $a \in \mathbb{N}$ Montrer que si a est impair alors a^2 est un nombre impair**Exercice7** : $a \in \mathbb{N}$ Montrer que si a^2 est impair alors a est un nombre impair**Exercice8** : Montrer que le produit de Deux nombres consécutifs est un nombre pair**Exercice9** : Déterminer la parité des nombres suivants :
 $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$

1) $375^2 + 648^2$ 2) $2n+16$ 3) $10n+5$ 4) $18n+4m+24$

5) $2n^2+7$ 6) $8n^2+12nm+3$ 7) $26n+10m+7$

8) $n^2+11n+17$ 9) $n^2+7n+20$ 10) $(n+1)^2+7n^2$

11) n^2+5n 12) n^2+8n 13) n^2+n 14) n^3-n

15) $5n^2+n$ 16) $4n^2+4n+1$ 17) $n^2+13n+17$

18) $n+(n+1)+(n+2)$

Exercice10 : $n \in \mathbb{N}$ On pose : $x = 2n+7$ et $y = 4n+2$ 1) montrer que : x est impair et que y est pair2) montrer que : $x+y$ est un multiple de 3**Exercice11** : déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100**Exercice12** : Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? justifier votre réponse ?

$0 ; 1 ; 2 ; 17 ; 21 ; 41 ; 87 ; 105 ; 239 ; 2787 ; 191 ; 1004001$

Exercice13 : décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 60 et en déduire tous les diviseurs de 60**Exercice14** : décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 1344 et en déduire le nombre de diviseurs de 1344**Exercice15** : en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers :

1. Simplifier la fraction $\frac{84}{60}$

2. Simplifier des racines carrées : $A = \sqrt{2100}$

$t B = \sqrt{63} \times \sqrt{105}$

Exercice16 : 1) décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 50 ; 360 ; 60 ; 24 ; 56 ; 14 ; 422) calculer : $PGCD(50 ; 360)$; $PGCD(60 ; 50)$ $PGCD(56 ; 14)$; $PGCD(56 ; 42)$; $PGCD(24 ; 60)$ **Exercice17** : 1) décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 170 ; 68 ; 60 ; 220 ; 3402) calculer : $PPCM(68 ; 170)$; $PPCM(220 ; 340)$ **Exercice18** : soit n est un nombre entier naturel impair1) vérifier que $n^2 - 1$ est un multiple de 8 dans cas suivants : $n = 1$; $n = 3$; $n = 5$; $n = 7$ 2) montrer que $n^2 - 1$ est un multiple de 4 si n est impair3) montrer que $n^2 - 1$ est un multiple de 8 si n est impair4) en déduire que : $n^4 - 1$ est un multiple de 16 si n est impair5) montrer que si n et m sont impairs alors :

$n^2 + m^2 + 6$ est un multiple de 8

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien



AUTRE : Exercices

Exercice1 :

- 1) Donner tous les multiples de 14 inférieur à 80.
- 2) Donner tous les multiples de 25 compris entre 50 et 170.
- 3) Donner les diviseurs de chacun des nombres 8 ;36 ;24 ;30 ;2 et 5.
- 4) Donner tous les nombres premier inférieur à 60.
- 5) Est-ce que 13 divise 704 ? justifier votre réponse ?
- 6) Est-ce que 2352 est un multiple de 21 ? justifier votre réponse ?

Exercice2 : décomposer les nombres suivants en produit de puissances de facteurs premiers :

161 ; 144 ; 10000 ; 23000 ; 1080 ; 1400x49

Exercice3 : à l'aide de décomposition en facteurs premiers

simplifier la fraction suivante : $\frac{612}{1530}$ et écrire :

$\sqrt{612 \times 1530}$ sous la forme $m\sqrt{n}$ avec m et n entiers

Solution : $612 = 2^2 \times 3^2 \times 17$ et $1530 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \times 17$

$PGCD(1530;612) = 2^1 \times 3^2 \times 17 = 153$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530} = \frac{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 17} = \frac{5}{2}$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530} = \frac{612 \div 153}{1530 \div 153} = \frac{5}{2}$

$\sqrt{612 \times 1530} = \sqrt{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 2^2 \times 3^2 \times 17^2}$

$\sqrt{612 \times 1530} = \sqrt{2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{17^2}$

$\sqrt{ab} = \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{5} \times 2 \times 3 \times 17 = 306 \times \sqrt{10}$

Exercice4: déterminer le plus grand diviseur commun de x et y dans chaque cas :

- 1) $x=75$ et $y= 325$.
- 2) $x=330$ et $y= 420$.
- 3) $x=214$ et $y= 816$.
- 4) $x=575$ et $y= 1275$.
- 5) $x=132$ et $y= 666$.

Exercice5: déterminer le plus petit multiple commun de x et y dans chaque cas :

- 6) $x=75$ et $y= 325$.
- 7) $x=330$ et $y= 420$.
- 8) $x=214$ et $y= 816$.
- 9) $x=575$ et $y= 1275$.
- 10) $x=132$ et $y= 666$.

Exercice6:

- Est-ce que 111111 est un nombre premier ? justifier votre réponse ?
- Montrer que 1000000001 ; $3^{20} - 1$ et 123456^3 ne sont pas des nombres premiers.
- Montrer que $499999^2 + 999999$ est divisible par 25.

Exercice7: déterminer les nombres pairs et les nombres impairs : $2^2 + 1$; $15^2 \times 9^2$; $15^2 - 13^2$; 642×97681 ; $(41^2 + 765^2)^7$; 2176543×34569820 ; $97^3 \times 97^2$; $2n + 8$; $4n^2 + 1$; $n(n+1)$

$3n^2 + n$; $n + (n + 1) + (n + 2)$; $5n^2 + 5n + 1$; $8n^2 + 8n + 1$; $(n + 1)(n + 2)(n + 3)$; $2n^2 + 4n + 7$; $20122n + 20092$; $(2n + 5)(2n + 6) n(n + 3)$; $1 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2$; $n^2 - 3n + 4$; $n^2 + 3n + 4$

Exercice8 : Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

- 1) Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ?
- 2) Préciser le nombre de déplacement par laps de temps

Dans les exercices, n est un entier naturel

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

