TD :* Exercices *: LA DERIVATION

PROF: ATMANI NAJIB 2BAC BIOF

http:// xriadiat.e-monsite.com

TD :LA DERIVATION

Exercice1 :

1- Montrer en utilisant la définition que la fonction $f(x)=x^2+x-3$ est dérivable en a = -2.

2) soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt{x}\ldots x\geq 1 \\ f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}\ldots x\prec 1 \end{cases}$$

étudier la dérivabilité de f en $x_0=1$

3) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=3x^2+x; x\prec 0 \\ f(x)=-2x^2+3x; x\geq 0 \end{cases}$$

étudier la dérivabilité de f en $x_0=0$

Exercice 2: soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x)=(1+x)\sqrt{1-x^2}\ldots 0\leq x\leq 1 \\ f(x)=\sqrt{x^3-x}\ldots x\succ 1 \end{cases}$$

1)déterminer le domaine de définition de f

2)étudier la dérivabilité de f à droite en $x_0=0$ et donner une interprétation géométrique du résultat

3)étudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en $x_0=1$ et donner une interprétation géométrique

Exercice3 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=\left|x^2-1\right|$

1)étudier la dérivabilité de f à droite en $x_0=1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

2)étudier la dérivabilité de f à gauche en $x_0=1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

3)étudier la dérivabilité de f en $x_0=1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

4)donner l'équation de la demie tangente à droite a la courbe de f en en $x_0=1$

4)donner l'équation de la demie tangente à gauche a la courbe de f en en $x_0=1$

Exercice4 : Calculer le nombre dérivé de $f(x)=x^3+x$ en a = 1 en utilisant la deuxième formulation de la dérivation

Exercice5 : donner une approximation de $sin3$

Exercice6 : Etudier le domaine de dérivation de f et déterminer sa fonction dérivée dans les cas suivants :

1) $f(x)=x^2+3x-1$ 2) $f(x)=4\sin x$

3) $f(x)=x^4\cos x$ 4) $f(x)=\sqrt{x}+x^3$

5) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 6) $f(x)=\frac{6}{4x^2+3x-1}$

7) $f(x)=\frac{4x-3}{2x-1}$ 8) $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

9) $f(x)=(2x+3)^5$

Exercice7 : Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

1) $f(x)=\sin(2x^2-1)$

2) $f(x)=\cos\left(\frac{1}{x^2+2}\right)$

3) $f(x)=\tan\cos(x)$

Exercice8 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=cosx$

1)montrer que f est une bijection de $[0,\pi]$ vers $[-1,1]$

2)calculer : $\left(f^{-1}\right)'(0)$

Exercice9 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=x^3+x^2$

1- Dresser le tableau de variation de f

2- Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}^+$ vers $\mathbb{R}^+$ et calculer $f(1)$.

3- Déterminer $\left(f^{-1}\right)'(2)$

Exercice10 : Soit la fonction $g(x)=\cos(2x)$

1- Dresser le tableau de variation de g dans $[0,\pi]$

2- Monter que g est une bijection de $]0,\pi/2[$ Vers$]-1,1[$.

3- Vérifier que $(\forall y \in]0,\pi/2[)$ $(g'(y) \neq 0)$ et déterminer $(g^{-1})'(x)$ pour x dans $]-1,1[$.

Exercice 11 :Déterminer les domaines de dérivabilité et les fonctions dérivées des fonctions suivantes :1) $f(x)=\sqrt[3]{3x^2+x-4}$

2) $f(x)=\sqrt[4]{\dfrac{2x-1}{x^2-x}}$

Exercice12 :résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : (E_1): $\sqrt[3]{3+x}-\sqrt[3]{3-x}=\sqrt[6]{9-x^2}$

(E_2): $2x\sqrt{x}-3x\sqrt[4]{\dfrac{1}{x}}=20$

Exercice 13 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$ **2)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x}-\sqrt[6]{x+1}}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-\sqrt[3]{x^2+1}$ **4)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+x^2}-x$

Exercice14 : soit f une fonction définie sur

$I=]-\pi;\pi[$ par : $\begin{cases} f(x)=2\dfrac{\cos x-1}{\sin x}; si...0 \prec x \prec \pi \\ f(x)=\dfrac{x|x+1|}{x-1}; si...-\pi \prec x \leq 0 \end{cases}$

1)monter que f est dérivable en $x_0=0$
et donner l'équation de la tangente a la courbe de f en $x_0=0$

2)a)étudier la dérivabilité de f en $x_0=-1$

b)donner les équations des demies tangentes à a la courbe de f en en $x_0=-1$

Exercice15 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{3x-2}\left(\dfrac{2x+1}{x-1}\right)^3$

1)déterminer le domaine de définition D_f de f

2) déterminer le domaine de dérivation de f et déterminer sa fonction dérivée

Exercice16 :en utilisant la dérivée calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+2)^{2018}-1}{x+1}$ 2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{2\sin x-1}{x-\dfrac{\pi}{6}}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien