Exercice 1

On considère la fonction $\mathbf{f}$ *définie par :* $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-1}}$

(C_f) *est la courbe representative de la fonction* $\mathbf{f}$ *dans le repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) a) *Déterminer* D_f.
   b) *Calculer les limites aux bornes du domaine de definition de* $\mathbf{f}$.
   c) *Etudier les branches infinies de* (C_f).
2) a) *Montrer que* $(\forall x\in]1,+\infty[)\ ;f'(x)=\dfrac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.
   b) *Etudier les variations de la fonction* $\mathbf{f}$ *et dresser son tableau de variations.*
3) a) *Montrer que* $(\forall x\in]1,+\infty[)\ ;f''(x)=\dfrac{-x+4}{2(x-1)^2\sqrt{x-1}}$.
   b) *Etudier lc concavité de* (C_f)
4) *Tracer* (C_f).
5) *Soit* $\mathbf{g}$ *la restriction de* $\mathbf{f}$ *à l'intervalle* $I=[2,+\infty[$.
   a) ***Montre que*** $\mathbf{g}$ *admet une fonction réciproque définie sur un intervalle* $\mathbf{J}$ *à determiner*.
   b) *Donner le tableau de variations de* g^{-1}.
   c) *Déterminer* $g^{-1}(x)$ *pour tout x de* x de J.

Exercice 2

On considère la fonction $\mathbf{f}$ *définie sur le segment* $I=[0,1]$ *par :* $f(x)=\sqrt[3]{1-x}-\sqrt[3]{x}$

1) a) *Etudier la continuité de* $\mathbf{f}$ *sur* $[0,1]$.
   b) *Montrer qu'il existe* c *sur* $[0,1]$ *tel que* $\sqrt[3]{1-c}-\sqrt[3]{c}=c^3$.
2) *Résoudre sur* $\mathbb{R}$ *l'équation* $f(x)=\sqrt[3]{1-2x}$.
3) *Etudier les variations de la fonction* $\mathbf{f}$ *et dresser son tableau de variations.*
4) a) *Etudier la dérivabilité de à droite de* 0 *et à gauche de* 1 *et interpreter géométriquement les résultats obtenus.*
5) *Tracer* (C_f).
6) a) ***Montre que*** $\mathbf{f}$ *admet une fonction réciproque définie sur un intervalle* $\mathbf{J}$ *à determiner*.
   b) *Donner le tableau de variations de* f^{-1}.
   c) *Calculer* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f^{-1}(x)-\frac{1}{2}}{x}$.

Exercice 3

On considère la fonction $\mathbf{f}$ *définie sur l'intervalle* $I=]-1\ ;+\infty[$ *par :* $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$.

1) *Calculer* $f(0)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$.
2) *Calculer* $f'(x)$, *en déduire le tableau de variations de* $\mathbf{f}$.
3) *Montre que* $\mathbf{f}$ *admet une fonction réciproque sur un intervalle* $\mathbf{J}$ *à determiner*.
4) *Donner le tableau de variations de* f^{-1}.
5) *Déterminer* $f^{-1}(x)$ *pour tout x de* x de J.